受験番号

㉚ 中高　数学科　解　答　用　紙(1)

【2】				
(1)	2	(2)	②	
(3)	350 通り	(4)	$x=3$	
(5)	$x=3,\ 2\pm\sqrt{3}$ (完答)			

【2】
25

【3】

(1)

円周角の定理より，$\angle COD=3a$ なので $\angle CEB=\frac{3}{2}a$

$\angle OCE+\angle COD=\angle ABE+\angle CEB$

$a+3a=\angle ABE+\frac{3}{2}a$

よって $\angle ABE=4a-\frac{3}{2}a=\frac{5}{2}a$

【3】(1)小計
6

(2)

$\angle ABE=\frac{5}{2}\times 24^\circ=60^\circ$　ABは直径なので $\angle AEB=90^\circ$

直角三角形AEBの辺の比より $AB:AE=2:\sqrt{3}$

$AB=4$ より

$4:AE=2:\sqrt{3}$

よって $AE=2\sqrt{3}$

【3】(2)小計
6

(3)

$\triangle OCE\equiv\triangle OAE$ より $\angle OCE=\angle OAE=a$

円周角の定理より $\angle BOE=2a$

また $\angle OCE=\angle OEC=a$ より

$\triangle COE$ の内角の和は180°であることから

$\angle OCE+\angle OEC+\angle EOC=180^\circ$

$\angle OCE+\angle OEC+\angle COD+\angle BOE=180^\circ$

$a+a+3a+2a=180$

$7a=180$

よって $a=\frac{180}{7}$

【3】(3)小計
8

【3】計
20

受験番号

㉚ 中高　数学科　解　答　用　紙(2)

【4】	(1)	x, y, z は $\{1,1,3\}$, $\{1,2,2\}$ の順列である。 $\{1,1,3\}$ の順列は $\frac{3!}{2!}=3$ 通り, $\{1,2,2\}$ も同様に 3通り よって　$3+3=6$ 通り	【4】(1)小計 6
	(2)	p は 3, 5, 7 の 3通り考えられる。 (i) $p=3$ のとき $(x, y, z)=(1,1,1)$　1通り (ii) $p=5$ のとき　(1)の結果より　6通り (iii) $p=7$ のとき　x, y, z は $\{1,1,5\}$, $\{1,2,4\}$, $\{1,3,3\}$, $\{2,2,3\}$ の順列である。$\frac{3!}{2!}\times 3+3!=9+6=15$ (通り) (i)(ii)(iii)より $1+6+15=22$ よって 22 通り	【4】(2)小計 6
	(3)	$2x+3y+5z=30$ で $z=1,2,3,4,5$ の場合を考える (i) $z=1$ のとき $2x+3y=25$ より $(x,y)=(5,5)$ (ii) $z=2$ のとき $2x+3y=20$ より $(x,y)=(4,4)(1,6)$ (iii) $z=3$ のとき $2x+3y=15$ より $(x,y)=(6,1)\ (3,3)$ (iv) $z=4$ のとき $2x+3y=10$ より $(x,y)=(2,2)$ (v) $z=5$ のとき $2x+3y=5$ より $(x,y)=(1,1)$ (i)(ii)(iii)(iv)(v)より 7通り	【4】(3)小計 8
			【4】計 20

受験番号

㉚ 中高　数学科　解　答　用　紙(3)

【5】

(1)

$\cos x = t$ とおく．2倍角の公式より

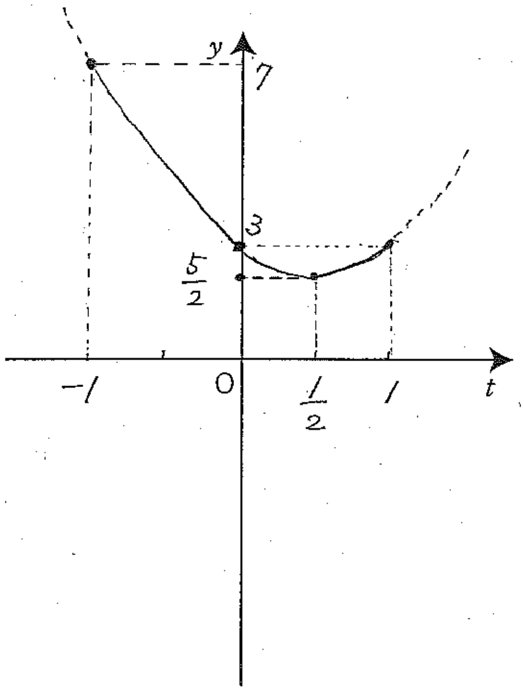
$y = 2\cos^2 x - 1 - 2\cos x + 4$

$= 2t^2 - 1 - 2t + 4$

$= 2t^2 - 2t + 3 \quad (-1 \leqq t \leqq 1)$

【5】(1)小計: 7

(2)



$y = 2t^2 - 2t + 3$

$f(t) = 2(t^2 - t) + 3$

$= 2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$

$t = \frac{1}{2}$ のとき $\cos x = \frac{1}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$ より

$x = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

y の最小値：$\frac{5}{2}$

x の値：$\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

【5】(2)小計: 10

(3)

$y = 2\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$ のグラフと $y = a$ のグラフの交点について考える

$-1 < t < 1$ において交点が1個につき x の実数解は2個存在するので．

交点が2個になるとよい

(2)のグラフより

$\frac{5}{2} < a < 3$

【5】(3)小計: 8

【5】計: 25

受験番号

㉚ 中高　数学科　解　答　用　紙(4)

【6】

(1)

それぞれの座標を考える

$P_1(1,0,0)$

$P_2(1,r,0)$

$P_3(1,r,r^2)$

$P_4(1+r^3,r,r^2)$

$P_5(1+r^3,r+r^4,r^2)$

$P_6(1+r^3,r+r^4,r^2+r^5)$

よって $P_3(1,r,r^2)$

$P_6(1+r^3,r+r^4,r^2+r^5)$

【6】(1)小計 6

(2)

同様に $P_7(1+r^3+r^6,r+r^4,r^2+r^5)$

$P_8(1+r^3+r^6,r+r^4+r^7,r^2+r^5)$

$P_9(1+r^3+r^6,r+r^4+r^7,r^2+r^5+r^8)$ と考えられるので

P_{3n} の x 座標は初項 1, 公比 r^3, 項数 n の等比数列の和である。

$\dfrac{1-r^{3n}}{1-r^3}$ (x座標), y座標, z座標も同様に考えて

$$P_{3n}\left(\frac{1-r^{3n}}{1-r^3},\ \frac{r-r^{3n+1}}{1-r^3},\ \frac{r^2-r^{3n+2}}{1-r^3}\right)$$

【6】(2)小計 7

(3)

$$OP_{3n}=\sqrt{\left(\frac{1-r^{3n}}{1-r^3}\right)^2+\left(\frac{r-r^{3n+1}}{1-r^3}\right)^2+\left(\frac{r^2-r^{3n+2}}{1-r^3}\right)^2}$$

$$=\frac{1-r^{3n}}{1-r^3}\sqrt{1+r^2+r^4}$$

【6】(3)小計 6

(4)

$0<r<1$ より $\lim_{n\to\infty} r^{3n}=0$ であるから

$$\lim_{n\to\infty} OP_{3n}=\frac{\sqrt{1+r^2+r^4}}{1-r^3}$$

【6】(4)小計 6

【6】計 25